**Criteriul Abel-Diriclet**

Dacă seria are şirul (Sn) mărginit şi dacă Un este şir cu terminii pozitivi , descrescători an->0 ,atunci un este convergentă.

**Criteriul 1 de comparatie**

Fie siserii cu termini pozitivi.Daca n0 astfel incat , n>n0 avem un Vn.1) Daca convergenta =>convergenta.2) Daca divergenta divergenta.

Demonstratie: Presupunem ca Un Vn , n

1. convergent => (Vn) – marginit 🡺 Un Marginit=> Convergenta.
2. divergenta => Un nemarginit => Vn nemarginit => Divergenta.

Fie , cu termini pozitivi,daca n0 astfel incat nn0 avem atunci 1) daca convergenta => convergenta.2) daca divergenta => divergenta.

**Criteriul 3 de comparative**

, cu termeni pozitivi,daca L (0;) atunci seriile suma si au aceeasi natura.

**Criteriul Raabe-Duhamel**

() =L

Daca : L>1 => convergenta

L<1=> divergenta

L=1,Criteriul este ineficient

**Spatii metrice**

Fie X o multime.**Definitie** : Aplicate d:x\*x -> este mertica (distanta) pe x,daca

1. d(x,y) =0 ⬄ x=y
2. d(x,y) = d(x,y), x,y x
3. d(x,y) d(x,z)+d(x,y), z,x,y x-> inegalitatea triunghiului.

**Teoria lui BANACH**

Fie (x,y) spatiu metric complex.Daca f\*x->x este …. ,atunci f are un punct fix,unic.

**Functii continue pe spatii metrice**

(x,d),(y,o) – spatiu metric.f:x->y

**Definitie:**f:x->y este continua in punctual xX ⬄ >0 (x,) astfel incat cu proprietatea d(x,x’) <(x,) avem si (f(x),f(x’) )<.Daca f este continua pe fiecare x X => f continua pe x

**Definitie:** f:x->y uniform continua pe x⬄ astfel incat X cu d(x’,x’’) < avem si (f(x’),f(x’’) ) < . O functie uniform continua este continua.

**Teorema lui WEIER STRASS**

Daca f:x-> este continua si A x este compacta => f isi atinge marginile si multimea A(f are minim si maxim pe A)

**Derivibilitatea functiilor de o variabila**

f: A-> , x0 AA’

**Definitie:** f este derivabila in x0 , daca , si e finite.

**Notatia:** f’() sau

**Observatie:**  1) Daca = atunci f nu e derivabila in x0­­­­­­­ dar spune ca are derivate infinita

2) = f’s(x0­)

= f’d(x0­­­)

Daca derivatele laterale sunt diferite in (x0 , f(x0) ) o tangenta la stanga si la dreapta.**In ori ce punct interior de exterm local , derivate functiei daca exista se anuleaza**.Punctele in care se anuleaza derivata se numesc punctele …. ***punctele critice care sunt punctele de extreme.***

**Formula lui Taylor pentru o variabila.**

Formula ne permite sa exprimam o functie cu ajutorul unui polinom si al unui rest.

Cn[a,b] {f:[a,b] -> |f(n) continua}

**TEOREMA :** F: i , [a,b] I . Daca f cn[a,b] si f(n+1) pe (a,b) => x ,x0 [a,b] avem f(x) = f(x0) + f’(x0) +f’(x0) +….+m(x),

Unde Rn (x) = f(n+1)(x0+0(x-x0) ), 0<q<1!

***Avem aceasta formula numita formula lui taylor atasata functiei f in punctul x0***

**Demonstratie:** f(A) marginita.Fie m=infim f(x) , M=supf(x).Presupunem ca marginile nu sunt atinse , x A, x avem f(x)<M

**Consideram :** g:A-> , g(x)= ,continua,A compacta}g marginita => g>0 , astfel incat g(x) ,x A => c=> M-f(x) , x A => M - este majorant pentru f.Ceea ce contrazice faptul ca M este supreme => x, A astfel incat f(x1)=M

**Derivate partiale de ordinal I si II**

f: A , (x0g0) A A’

**Teoria lui Schwarz:** Daca f are derivate mixte f”xy si f”yx continue intr-o unitate V V(x0y0) atunci => f”xy(x0,y0)=> f”yx(x0,y0)

**Demonstratie:** V-disc cu central in (x0,y0).Consideram h,g:V->

h=f(,y)-f(,y0)

g=f(x,)-f(x0,)

unde punctul indica locul variabilei

**Avem:** h(x) –h(x0)=f(x,y)-f(x,y0)-f(x0,y)+f(x0,y0)🡺

g(x)-g(x0)=f(x,y)-f(x0,y)-f(x,y0)+f(x0,y0)🡺…..==> h(x)-h(x0)=g(y)-g(y0)\*\*

**Aplicam teorema lui Lagrange**

**f(a)** **f(b)=f’(c)(a-b) c**  **(a,b)**

**\*\***  intre x si x0 : |x0-|<|x0-x|

intre y si y0 : |y0-|<|y0-y| astfel incat h’() (x-x0) = g’()(y-y0)[f’x(,y)-f’x(,y0)](x-x0)=[f’y(x,)-f’y(x0,)](y-y0)

**Teorema lui Lagrange**

, intre y si y0

,intre x si x0 astfel incat f’’xy ()=f’yx()

(x\*y)->(x0,y0)=> ()->(x0,y0)}=>

=>()-> (x0,y0)}=>

f”xy si f”yx sunt continue pe V}=>

=> f”xy(x0,y0)=f”yx(x0,y0)

**Derivarea functiilor compuse**

**Teorema:** Daca f are derivate partiale f’u si f’v sic el putin una este continua si functiile u si v sunt derivabile => F(x) =f(u(x),v(x) ) este derivabila si

F’(x) = f’u(u(x),v(x) )\*u’(x)+f’x(u(x),v(x) )\*v’(x)